Programmation par contraintes

Ecole Jeunes Chercheurs en Programmation

Rencontre du 25 mai 2003

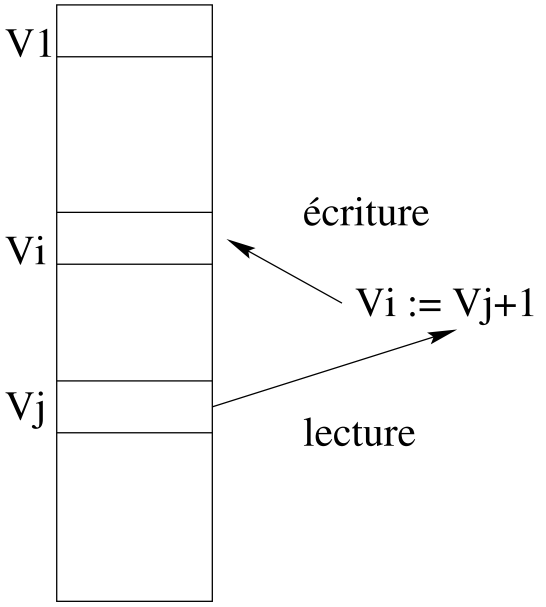
François Fages
Projet Contraintes
INRIA Rocquencourt

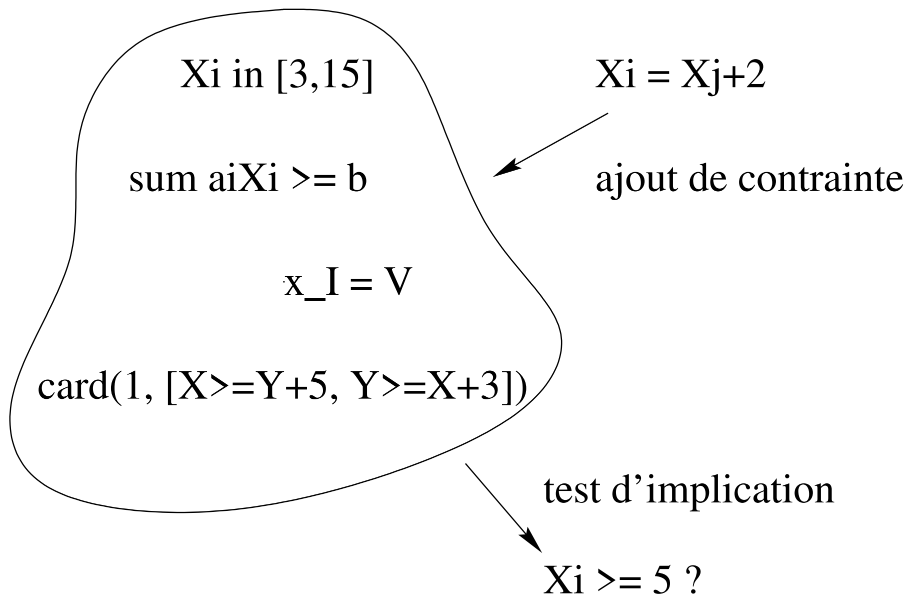
`http://contraintes.inria.fr`

Programmation par contraintes?

Calcul sur structures d'information partielle.

Modèle machine classique	Modèle machine de contraintes
mémoire de valeurs	mémoire de contraintes
variables informatiques	variables mathématiques





Paradigme de la Programmation Logique (avec Contraintes)

Programme = Formule logique

Axiomatisation:

"Domaine du discours" $\mathcal{X}$,

Modélisation du problème P.

Exécution = Recherche de preuves

Satisfiabilité des contraintes,

Principe de résolution logique.

Classe de langages PLC($\mathcal{X}$) paramétrée par $\mathcal{X}$:

- Contraintes primitives sur $\mathcal{X}$

$$U = R * I$$

- Relations définies par des formules

$$\forall x, y\ path(x, y) \Leftrightarrow edge(x, y) \vee \exists z(edge(x, z) \wedge path(z, y))$$

Langages de définition de nouvelles relations

- Calcul des prédicats du premier ordre

$$\forall x, y \; path(x,y) \Leftrightarrow edge(x,y) \vee \exists z (edge(x,z) \wedge path(z,y))$$

- Clauses Prolog-PLC($\mathcal{X}$)

```
path(X,Y):- edge(X,Y).
path(X,Y):- edge(X,Z), path(Z,Y).
```

- Langages concurrents avec contraintes CC($\mathcal{X}$)

Processus $A = c \,| p(x) \mid (A \parallel A) \mid A + A \mid ask(c) \rightarrow A \mid \exists x A$

$$path(X,Y) :: edge(X,Y) + \exists Z (edge(X,Z) || path(Z,Y))$$

- Bibliothèques de contraintes dans langages à objets, langages fonctionnels, langages impératifs, ...

Grand succés en résolution de problèmes combinatoires

Problèmes de recherche de structures discrètes: coloriage de graphes, allocation de ressources, ordonnancement de tâches, etc.

- Problèmes de décision: existence d'une solution (de coût donné)
  dans classe P: algorithme de complexité en temps polynomial
  dans NP: algorithme *non-déterministe* de complexité polynomiale.
  NP-complet si encodage polynomial de tout probleme dans NP.
- Problèmes d'optimisation: calcul d'une solution de coût optimal.
  NP-difficile si problème de décision associé NP-complet.
- *N.B.* Complexité indépendante de la taille de l'espace de recherche:
  Tri de n elements en $O(n \log n)$, espace de recherche en $!n$...
  SAT sur n variables booléennes en $O(2^n)$, espace de recherche en 2^n.
- Apport des langages de PPC sur la RO: flexibilité, contraintes variées, stratégies complexes de résolution, combinaison de techniques

Plan du Cours

1. Introduction,
2. Rappels de Logique

   théories complètes et décidabilité du langage des contraintes,
3. Programmes Logiques avec Contraintes

   exemples $PLC(\mathcal{H}, B, FD, \mathcal{R})$ démonstrations GNU-Prolog+CLPGUI
4. Sémantique Opérationnelle et de Point Fixe

   interprétation abstraite, model checking avec contraintes
5. Sémantique Logique

   démonstration automatique
6. Conclusion et Perspectives

   panorama d'outils existants, sujets de recherche d'actualité.